货币的时间价值

主讲教师：叶小杰

教师简介

叶小杰
博士
上海国家会计学院教研部教师
研究方向：公司财务与公司治理
电子邮件：yexiaojie@snai.edu

引言

- 朝三暮四
- 余额宝

引言

学习目标：

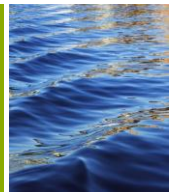
- 了解货币时间价值的概念
- 理解现值与终值的关系
- 理解复利的概念及其应用
- 掌握四种年金的概念和计算
- 掌握不规则现金流的计算

课程框架

一、货币时间价值的概念
二、货币时间价值的计算
三、货币时间价值的应用
四、要点回顾及名词解释

一、货币时间价值的概念

货币时间价值的基本概念
货币时间价值的来源
货币时间价值产生的原因



（一）货币时间价值的基本概念

- 货币随着时间的推移而发生的增值，也称为资金时间价值。
- 现在一定量的资金比将来等量的资金具有更高的价值。
  - 存入银行获得利息
  - 对外投资获得收益

（二）货币时间价值的来源

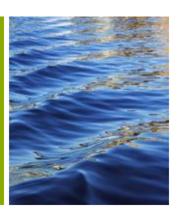
- 节欲论
  - 投资者进行投资就必须推迟消费，对投资者推迟消费的耐心应给以报酬，这种报酬的量应与推迟的时间成正比。
- 劳动价值论
  - 资金运动的全过程 ：G—W…P…W—G’ G’ =G+ΔG
  - 包含增值额在内的全部价值是形成于生产过程的，其中增值部分是工人创造的剩余价值。
  - 时间价值的真正来源是工人创造的剩余价值。

（三）货币时间价值产生的原因

- 资源稀缺性的体现
  - 现在物品的效用高于未来物品的效用
- 流通中货币的固有特征
  - 货币贬值、通货膨胀成为普遍现象
- 人们认知心理的反映
  - 重视现在而忽视未来

二、货币时间价值的计算

终值与现值
年金的计算



（一）终值与现值

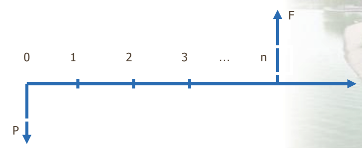
- 终值与现值的概念
- 现金流量图
- 单利终值与现值
- 复利终值与现值

1. 终值与现值的概念

- 终值（F）
  - 终值是指货币资金未来的价值，即一定量的资金在将来某一时点的价值，表现为本利和。
- 现值（P）
  - 现值是指货币资金的现在价值，即将来某一时点的一定资金折合成现在的价值。

2. 现金流量图

- 表示资金在不同时间点流入与流出情况
- 三要素：大小、流向、时间点



3. 单利终值与现值

- 单利
  - 只对借贷的原始金额或本金支付（收取）利息。
- 单利终值
  - F=P+P i n=P(1+i n)
- 单利现值
  - P=F/(1+i n)

F-终值 i-利率 P-现值 n-期数

●某人存款1000元，单利计息，利率5%，3年后可一次取出多少钱？
■F=1000×(1+5%×3)
=1150(元)

4. 复利终值与现值

- 复利
  - 不仅本金要计算利息，本金所生的利息在下期也要加入本金一起计算利息，俗称“利滚利”。

年份	年初本金P	当年利息I	终值F
1	P	P i	P(1+i)
2	P(1+i)	P(1+i) i	$P(1+i)^2$
⋮	⋮	⋮	⋮
n-1	$P(1+i)^{n-2}$	$P(1+i)^{n-2}$ i	$P(1+i)^{n-1}$
n	$P(1+i)^{n-1}$	$P(1+i)^{n-1}$ i	$P(1+i)^n$

4. 复利终值与现值

- 复利终值
  - 公式：$F=P(1+i)^n$
  - 复利终值系数：$(F/P, i, n)=(1+i)^n$

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%
1	1.010	1.020	1.030	1.040	1.050	1.060	1.070	1.080	1.090
2	1.020	1.040	1.061	1.082	1.103	1.124	1.145	1.166	1.188
3	1.030	1.061	1.093	1.125	1.158	1.191	1.225	1.260	1.295
4	1.041	1.082	1.126	1.170	1.216	1.262	1.311	1.360	1.412
5	1.051	1.104	1.159	1.217	1.276	1.338	1.403	1.469	1.539
6	1.062	1.126	1.194	1.265	1.340	1.419	1.501	1.587	1.677
7	1.072	1.149	1.230	1.316	1.407	1.504	1.606	1.714	1.828
8	1.083	1.172	1.267	1.369	1.477	1.594	1.718	1.851	1.993
9	1.094	1.195	1.305	1.423	1.551	1.689	1.838	1.999	2.172
10	1.105	1.219	1.344	1.480	1.629	1.791	1.967	2.159	2.367

●某人存款1000元，复利计息，利率5%，3年后可一次取出多少钱？
■$F=1000×(1+5\%)^3$
$=1000× 1.158$
$=1158$(元)

4. 复利终值与现值

- 复利现值
  - 公式：$P=F(1+i)^{-n}$
  - 复利现值系数：$(1+i)^{-n}=(P/F, i, n)$

n	1%	2%	3%	4%	5%	6%	8%	10%
1	0.99	0.98	0.97	0.961	0.952	0.943	0.925	0.909
2	0.98	0.961	0.942	0.924	0.907	0.889	0.857	0.826
3	0.97	0.942	0.915	0.888	0.863	0.839	0.793	0.751
4	0.96	0.923	0.888	0.854	0.822	0.792	0.735	0.683
5	0.951	0.905	0.862	0.821	0.783	0.747	0.68	0.62
6	0.942	0.887	0.837	0.79	0.746	0.704	0.63	0.564
7	0.932	0.87	0.813	0.759	0.71	0.665	0.583	0.513
8	0.923	0.853	0.789	0.73	0.676	0.627	0.54	0.466
9	0.914	0.836	0.766	0.702	0.644	0.591	0.5	0.424
10	0.905	0.82	0.744	0.675	0.613	0.558	0.463	0.385

●某人存款按复利计息，利率5%，4年后一次取出5000元，问其存了多少钱？

■$P=5000\times(1+5\%)^{-4}$
$=5000\times 0.822$
$=4110$(元)

（二）年金

- 定义
  - 一系列稳定、规律且持续一段时期的现金流量。
  - 例子：房租、助学贷款、分期贷款、诺贝尔奖
- 特点
  - 每期相隔时间相同
  - 每期收入或支出的金额相等

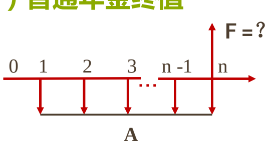
（二）年金

- 分类
  - 普通年金
  - 预付年金
  - 递延年金
  - 永续年金

1. 普通年金

- 定义
  - 一系列稳定、规律、持续一定时期且产生在每期期末的等量现金流量，也叫后付年金
- 例子
  - 抵押费用、汽车的分期付款、助学贷款

（1）普通年金终值



- $F= A+A(1+i)+A(1+i)^2+\ldots+A(1+i)^{n-1}$

（1）普通年金终值

- $F= A+A(1+i)+A(1+i)^2+\ldots+A(1+i)^{n-1}$ (1)
- 以(1+i)乘(1)式,得
- $F(1+i)= A(1+i)+A(1+i)^2+\ldots+A(1+i)^{n-1}+A(1+i)^n$ (2)
- (2) 一(1)，得$F(1+i)-F= A(1+i)^n-A$

$$F=A\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right]=A(F/A,i,n) \Rightarrow A=F\bullet\frac{i}{(1+i)^n-1}$$

年金终值系数　　偿债基金系数

（1）普通年金终值

❁年金终值系数

n	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	2.010	2.020	2.030	2.040	2.050	2.060	2.070	2.080	2.090	2.100
3	3.030	3.060	3.091	3.122	3.153	3.184	3.215	3.246	3.278	3.310
4	4.060	4.122	4.184	4.246	4.310	4.375	4.440	4.506	4.573	4.641
5	5.101	5.204	5.309	5.416	5.526	5.637	5.751	5.867	5.985	6.105
6	6.152	6.308	6.468	6.633	6.802	6.975	7.153	7.336	7.523	7.716
7	7.214	7.434	7.662	7.898	8.142	8.394	8.654	8.923	9.200	9.487
8	8.286	8.583	8.892	9.214	9.549	9.879	10.260	10.637	11.028	11.436
9	9.369	9.755	10.159	10.583	11.027	11.491	11.978	12.488	13.021	13.579
10	10.462	10.950	11.464	12.006	12.578	13.181	13.816	14.487	15.913	15.937

（1）普通年金终值

❁**例题**

➢**连续5年每年年末借款1000元，按年利率6%计算，第5年年末积累的借款为多少？**

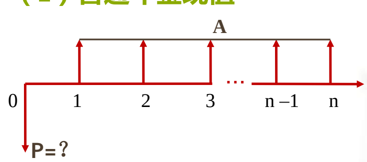
$$F = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = A(F/A, i, n)$$

$$= 1000\left[\frac{(1+6\%)^5 - 1}{6\%}\right]$$

$$= 1000 \times 5.6371$$

$$= 5637.1(\text{元})$$

（2）普通年金现值



$$P = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] = A(P/A, i, n) \Rightarrow A = P \bullet \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

年金现值系数 **资本回收系数**

（2）普通年金现值

❁年金现值系数

n	1%	2%	3%	4%	5%	6%	8%	10%
1	0.99	0.98	0.97	0.961	0.952	0.943	0.925	0.909
2	1.97	1.941	1.913	1.886	1.859	1.833	1.783	1.735
3	2.94	2.883	2.828	2.775	2.723	2.673	2.577	2.486
4	3.901	3.807	3.717	3.629	3.545	3.465	3.312	3.169
5	4.853	4.713	4.579	4.451	4.329	4.212	3.992	3.79
6	5.795	5.601	5.417	5.242	5.075	4.917	4.622	4.355
7	6.728	6.471	6.23	6.002	5.786	5.582	5.206	4.868
8	7.651	7.325	7.019	6.732	6.463	6.209	5.746	5.334
9	8.566	8.162	7.786	7.435	7.107	6.801	6.246	5.759
10	9.471	8.982	8.53	8.11	7.721	7.36	6.71	6.144

（2）普通年金现值

❁例题

➢**某人贷款购买轿车一辆，在六年内每年年末付款26500元，当利率为5%时，相当于现在一次付款多少？**

P=A•(P/A, i, n)

=26500×(P/A,5%, 6)

=26500*5.075

=134488 (元)

2. 预付年金

❁定义

➢**收支发生在每期期初的年金，也叫先付年金**

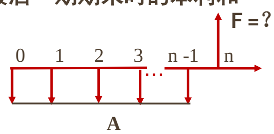
➢**预付年金比普通年金多计息一次**

❁例子

➢**保险金、房租**

（1）预付年金终值

- 最后一期期末时的本利和



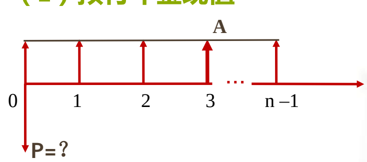
- $F= A(1+i)^n+A(1+i)^{n-1} +\ldots+A(1+i)$

（1）预付年金终值

- $F=A(1+i)^n+A(1+i)^{n-1} +\ldots+A(1+i)$　　预付年金 终值
- $F= A+A(1+i)+A(1+i)^2+\ldots+A(1+i)^{n-1}$　　普通年金终值
- 对比可知，在n期普通年金终值的基础上乘以（1+i）就得出n期先付年金的终值

$$F = A\bullet\left[\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}-1\right] = A(F/A,\ i,\ n)(1+i)$$

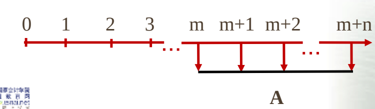
（2）预付年金现值



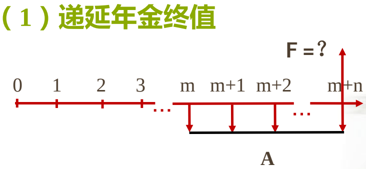
$$P = A\bullet\left[\frac{1-(1+i)^{-(n+1)}}{i}+1\right] = A(P/A,\ i,\ n)(1+i)$$

3. 递延年金

- 定义
  - 最初若干期没有收付款项，后面若干期等额的系列收付款项。
  - 普通年金的特殊形式



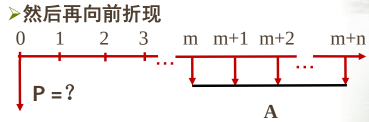
（1）递延年金终值



- 递延期m与终值无关
- 只需考虑递延年金发生的期数
- *F=A(F/A, i, n)*

（2）递延年金现值

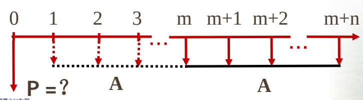
- 方法1
  - 把递延期以后的年金套用普通年金公式求现值
  - 然后再向前折现



P= A(P/A, i, n)(P/F, i, m)

（2）递延年金现值

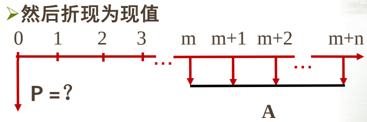
- 方法2
  - 把递延期每期期末都当作有等额的年金收付A
  - 把递延期和以后各期视为普通年金，计算现值
  - 把递延期虚增的年金现值减掉



$P= A(P/A, i, m+n)- A(P/A, i, m)$

（2）递延年金现值

- 方法3
  - 先求递延年金终值
  - 然后折现为现值



$P= A(F/A, i, n)(P/F, i, m+n)$

例题

- A公司拟一次性投资开发某农庄，预计该农庄能存续15年，但是前5年不会产生净收益，从第6年开始，每年年末产生净收益5万元。该农庄可以为公司带来的收益现值是多少？（假设农庄的投资报酬率为10%）
- 方法1：P=50000*(P/A, 10%, 10) *(P/F, 10%, 5)
  =50000*6.1446*0.6209=190759
- 方法2：P=50000*(P/A, 10%, 15)-50000*(P/A, 10%, 5)
  =50000*7.6061-50000*3.7908=190765
- 方法3：P=50000*(F/A, 10%, 10)*(P/F, 10%, 15)
  =50000*15.9370*0.2394=197065

4. 永续年金

- 定义
  - 无限期等额收付的特种年金
  - 只能计算现值
- 例子
  - 诺贝尔奖、奖学金、金边债券

永续年金现值

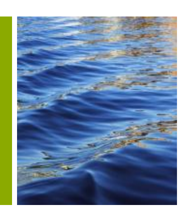
- 永续年金是普通年金的特殊形式

$$P = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] = A(P/A, i, n)$$

$$P = A \bullet \frac{1}{i} \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{1}{i}$$

三、货币时间价值的应用

不等额现金流
利率的计算



（一）不等额现金流

❁ 定义
- 各期间内金额不等的现金流量。

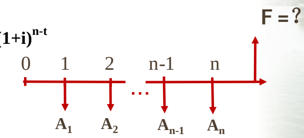
❁ 例子
- 公司收入
- 税款
- 股利

1. 不等额现金流终值

❁ 公式

$$F= A_1(1+i)^{n-1}+A_2(1+i)^{n-2}+\ldots\ldots+ A_{n-1}(1+i)^1 +A_n (1+i)^0$$

$$= \sum_{t=1}^{n} A_t (1+i)^{n-t}$$

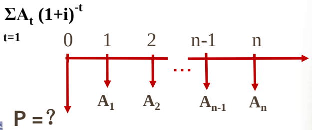


2. 不等额现金流现值

❁ 公式

$$P= A_1(1+i)^{-1}+A_2(1+i)^{-2}+\ldots\ldots+ A_{n-1}(1+i)^{1-n} +A_n (1+i)^{-n}$$

$$= \sum_{t=1}^{n} A_t (1+i)^{-t}$$



（二）利率

❁ 定义
- 表示一定时期内利息与本金的比率，通常用百分比表示，按年计算则称为年利率。
- 计算公式：利率=利息÷本金÷时间×100%。

❁ 分类
- 名义利率
- 实际利率

1. 名义利率

❁ 定义
- 一年内计息次数m大于1时，以单利法计算所得的年利率。
- 当年内计息次数为m时，年内每一计息周期的利率为i_m。名义利率与年内计息次数m和年内计息周期的利率i_m之间的关系为：

$$r = m \times i_m$$

2. 实际利率

❁ 定义
- 实际利率(有效利率)是指一年内计息次数大于1次时，以复利法计算所得的年利率。
- 当年内计息次数为m时，年内每一计息周期的利率为i_m，名义利率i与年内计息次数m和年内计息周期的利率i_m之间关系为：

$$i = (1 + i_m)^m - 1$$

3. 名义利率 VS 实际利率

- 当m=1时，$r = i_m$，$i = i_m$，得$r = i$；
- 当m=2时，$r = 2im$，$i = (1+i_m)^m - 1 = 2im + i_m^m > r$；
- 当m>2时，可得$i>r$，且m越大，i与r的差距越大。
  - 将 $i_m = \frac{r}{m}$ 代入公式 $i = (1+i_m)^m - 1$ 得

$$i = (1+\frac{r}{m})^m - 1$$

  - 式中，i表示实际利率，r表示名义利率

3. 名义利率 VS 实际利率

- 当m→∞时，$i_{\max} = e^r - 1$
- 假定已知本金P元,年利率为r,如果要求在一年内计算利息m次,且按复利计算,则n年到期后的本利和可按下式计算:

$$F = P\left(1+\frac{r}{m}\right)^{mn}$$

例：已知年利率12%，每季度复利一次，本金10000元，则第十年末为多少？
解：
$F=10000(1+12\%/4)^{4*10}=32620$

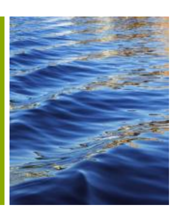
4. 有趣的72法则

- 以1%的复利来计息，经过72年以后，你的本金就会变成原来的一倍。
- 用作估计将投资倍增或减半所需的时间，反映出的是复利的结果。
- 计算所需时间时，把与所应用的法则的相应数字，除以预料增长率即可。

4. 有趣的72法则

- 原理
  - 定期复利的终值为：$F=P(1+i)^n$
    其中P为现值、n为期数、i为每一期的利率。
  - 当投资倍增时，F=2P，代入上式，得：
    $2=(1+i)^n$ $n=\ln2/\ln(1+i)$
  - 若i数值较小，则ln(1+i)约等于i，并且ln2≈0.693
    因此 n=0.69/i
- 选用72是因为它容易被整除，更方便计算。

四、要点回顾及名词解释



本课程的重点难点：

① 终值与现值的概念及其计算
② 不同各类年金的终值与现值
③ 不等额现金流量终值与现值
④ 名义利率与有效利率

终值与现值

- 终值是指货币未来的价值，表现为本利和。
- 现值是指货币的现在价值。
- 终值与现值可以用现金流量图来表示和计算。

单利与复利

- 单利只对本金支付（收取）利息。
  - 单利终值 $F=P(1+i\,n)$
  - 单利现值 $P=F/(1+i\,n)$
- 复利对本金和利息一起计算利息。
  - **复利终值** $F=P(1+i)^n$
  - **复利现值** $P=F(1+i)^{-n}$

年金

- 一系列稳定、规律且持续一段时期的现金流量。
- 分类：普通年金、预付年金、递延年金、永续年金

普通年金

- 产生在每期期末的等量现金流量
- 终值

$$F = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = A(F/A, i, n)$$

- 现值

$$P = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] = A(P/A, i, n)$$

预付年金

- 收支发生在每期期初的年金
- 终值

$$F = A \bullet \left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1\right]$$

- 现值

$$P = A \bullet \left[\frac{1-(1+i)^{-(n+1)}}{i} + 1\right]$$

递延年金

- 最初若干期没有收付款项，后面若干期等额的系列收付款项。
- 终值 $F=A(F/A, i, n)$
- 现值：三种计算方法

永续年金

- 无限期等额收付的特种年金
- 只能计算现值

$$P = A \bullet \frac{1}{i}$$

不等额现金流

- 各期间内金额不等的现金流量
- 终值

$$\sum_{t=1}^{n} A_t \, (1+i)^{n-t}$$

- 现值

$$\sum_{t=1}^{n} A_t \, (1+i)^{-t}$$

利率

- 名义利率与有效利率

$$i = (1+\frac{r}{m})^m - 1$$

- 本金P元,年利率为i,一年内计算利息m次,且按复利计算,则n年后终值：

$$F = P\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn}$$

课程涉及的关键概念

- 终值与现值
- 单利与复利
- 四种年金
- 不等额现金流量
- 名义利率与有效利率

谢谢大家！